

المجموعات المرتبطة جزئياً:

تمرين 1) ليكن: $S = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 12\}$

$$x R y \Leftrightarrow x \text{ قسم } y$$

دُسِّتْ أنَّه علاقة ترتيب جزئي

الحل: (1) انعكاسية: $\forall x \in S : x R x$

حقيقة يجب التحقق منها: S قسم لنفسه

(2) قابلية: $\forall x, y \in S : x R y, y R x$

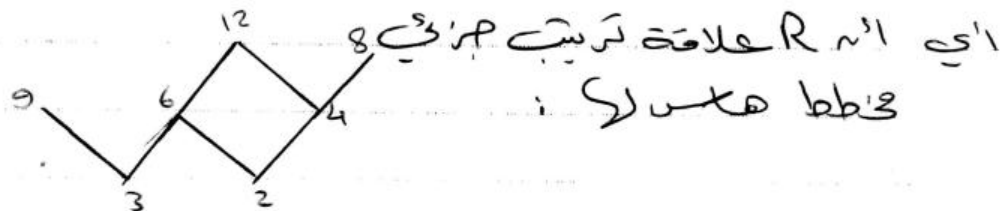
$$y = mx, x = ny$$

$$y = m.n.y \rightarrow m.n = 1 \rightarrow m = n = 1$$

(3) متعدية: $\forall x, y, z \in S, x R y, y R z$

$$\rightarrow x R z$$

حقيقة: $x = ny, y = mz \rightarrow x = (n.m)z \rightarrow x R z$



تمرين 2) ليكن $M = \{2, 3, 4, 6, 8, 10\}$ مع علاقة الترتيب قابلية العتمة

بين أي من العنصر الأصغر والعنصر الأعظم، العنصر الأصغر والعنصر الأعظم

الحل: العنصر الأصغر: لا يوجد عنصر يقسم جميع الأعداد

الأكثر: لا يوجد عنصر يُقسم على جميع الأعداد

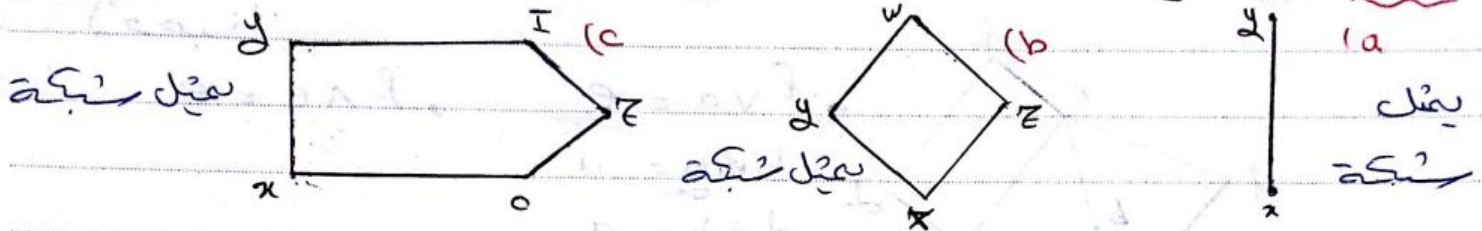
الأصغر: $\{2, 3\}$ لا يوجد عنصر قبلهم يقسمونه

الأعظم: $\{6, 8, 10\}$ لا يوجد عدد بعدهم يقسمونه

ملاحظة: إذا حذفنا العدد 6 من المجموعة M فإنه العدد 3 هو عنصر

أعظم وأصغر بآنه معاً

تمرين 7 بين اي من المخططات التالية يمثل شبكة وايها لا يمثل

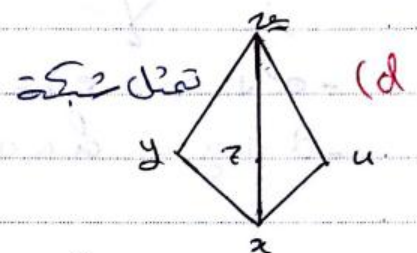
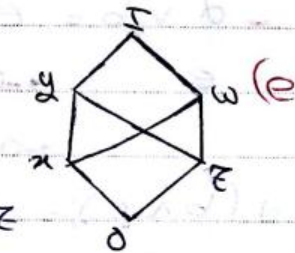


يمثل شبكة

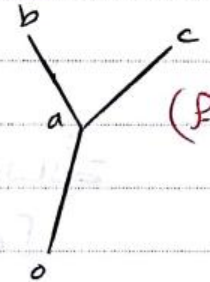
يمثل شبكة

(a)

(b)

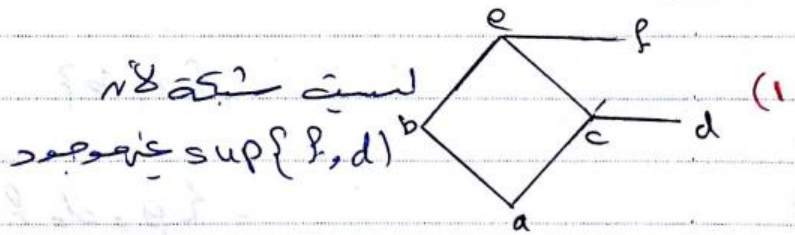
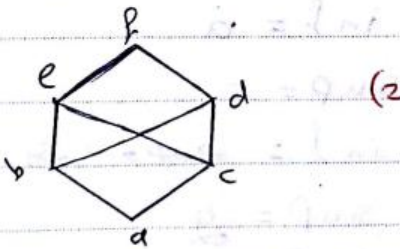


ليست شبكة لأن:
 $\inf(y, w) = x$
 $\inf(y, w) = z$ } $x \neq z$



ليست شبكة لأن $\sup(b, c)$ غير موجود

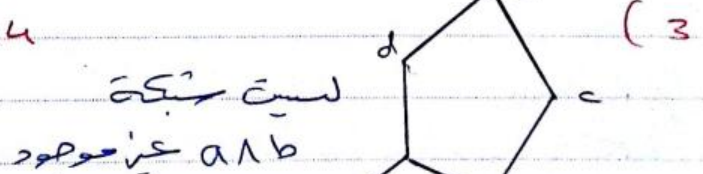
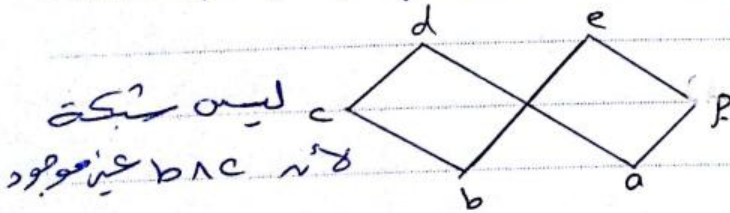
تمرين 8 بين اي من المخططات التالية يمثل شبكة وايها لا يمثل



ليست شبكة لأن
 $\sup\{y, d\}$ غير موجود

ليست شبكة لأن

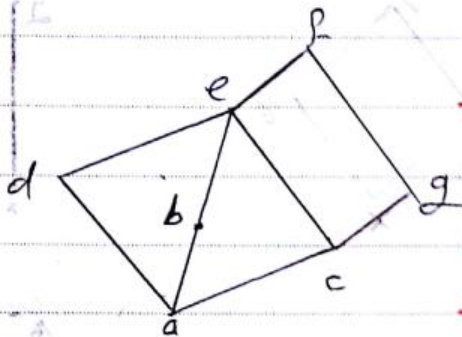
$\sup\{b, c\} = d$
 $\sup\{b, c\} = e$ } $d \neq e$



ليست شبكة
 $a \wedge b$ غير موجود

ليست شبكة
 $b \wedge c$ غير موجود

تمرين 10: لنفكر لدينا الخطط التالي:



- $f \vee a = e$, $f \wedge e = e$

- $b \wedge g = a$

- $d \wedge b = a$

- $d \vee b = e$

- $a \vee (b \wedge e) = a \vee e = e$

- $a \wedge (b \wedge c) = a \wedge a = a$

- $d \vee g = f$

- $a \wedge (b \vee c) = a \wedge e = a$

- $a \vee (b \wedge c) = a \vee a = a$

تمرين 11: لنفكر في المجموعات التالية:

اجب: \sup و \inf المجموعات التالية

- $\{d, e, f\}$: $\sup = g$
 $\inf = a$

- $\{a, c, f\}$: $\sup = f$
 $\inf = a$

- $\{a, b\}$: $\sup = c$
 $\inf =$ غير موجود

- $\{g, d, f\}$: $\sup = g$
 $\inf = e$

